

## 对称 $\alpha$ 稳定分布的两段曲线逼近算法

王亢<sup>1,2</sup>, 徐志江<sup>3</sup>, 孟利民<sup>3</sup>

(1. 浙江警察学院 计算机与信息技术系, 浙江 杭州 310053; 2. 浙江大学 电气工程学院, 浙江 杭州 310027;  
3. 浙江工业大学 信息学院, 浙江 杭州 310023)

**摘要:** 针对描述通信信道中存在的非高斯、重拖尾脉冲噪声的对称  $\alpha$  稳定 (S $\alpha$ S) 分布模型, 其概率密度函数不存在解析表达式, 在信号检测和信道迭代译码等应用场合不易分析和处理的问题, 提出了一种以 3 倍散度为界的两段曲线逼近算法。首先, 确定两段曲线的分界点; 其次, 在 3 倍散度之外, 确定了前 3 项级数来逼近; 最后, 在 3 倍散度之内, 构造了一个简洁的双参数指数函数, 并用泰勒级数展开的方法确定指数函数中的 2 个参数。所提出的两段曲线逼近法避免了已有级数逼近法中存在的级数项项数的选择问题和级数发散的问题。数值计算结果表明, 与传统的柯西高斯混合逼近算法相比, 提出的逼近算法更接近真实的 S $\alpha$ S 分布。

**关键词:** 分段逼近; 级数展开; 概率密度函数; 对称  $\alpha$  稳定

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2013)01-0178-07

## Approximation algorithm to symmetric alpha stable distribution with bi-region curve model

WANG Kang<sup>1,2</sup>, XU Zhi-jiang<sup>3</sup>, MENG Li-min<sup>3</sup>

(1. Dept. of Computer and Information Technology, Zhejiang Police College, Hangzhou 310053, China;  
2. College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;  
3. College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

**Abstract:** The symmetric alpha stable (S $\alpha$ S) was used to model a non-Gaussian, heavy tail and impulsive noise of communication channels. However, explicit expressions for the probability density functions (PDF) in terms of elementary functions are still unknown except for some special cases, which limits the application of the S $\alpha$ S distribution in practice, which the bi-region separated by the triple divergence was proposed. Specially, within the triple divergence, a simple exponential function with two special parameters was constructed, the two parameters were determined by using Taylor serial expansion. Compared with conventional algorithms using the series expansion, the proposed algorithm avoids the selecting the number of the series items and the risk of series expansion divergence. Moreover, numerical results verify that the proposed approximation is closer to the actual S $\alpha$ S PDF than the conventional Cauchy-Gaussian mixture approximation.

**Key words:** piecewise approximation; series expansion; probability density function; symmetric  $\alpha$  stable

### 1 引言

在诸如室内无线信道、水声信道和电力线信道等的通信信道中, 观测到的噪声具有非高斯、脉冲等特

性, 即接收到的信号受到重尾分布噪声的污染<sup>[1~3]</sup>。因此, 基于高斯分布的最优信号检测器、信道译码器等的性能将急剧恶化。与指数衰减的高斯分布不同, 重尾分布是以代数衰减的, 也即离中位数较远

收稿日期: 2012-01-31; 修回日期: 2012-08-10

基金项目: 浙江省重点科技创新团队基金资助项目 (2012R10011-12); 浙江省自然科学基金资助项目 (Y1101077)

**Foundation Items:** The Program for Zhejiang Leading Team of Science and Technology Innovation (2012R10011-12); The Natural Science Foundation of Zhejiang Province (Y1101077)

的偏差，其发生的概率是相对较大的，因此重尾分布被广泛地用于脉冲噪声建模<sup>[4,5]</sup>。文献[6]建议将 alpha 稳定随机变量族用来为脉冲现象建模。Alpha 稳定分布包含了一大类分布，不仅具有某些高斯分布的性质，还具有比高斯分布更广泛的代表性。它几乎能完美地描述各种不同脉冲程度的噪声，满足广义中心极限定理<sup>[7,8]</sup>。通信信道中，常假设噪声是对称分布的，因此仅考虑对称 alpha 稳定 (S $\alpha$ S) 分布的情况。

在检测与估计、信道迭代译码等问题中，如果噪声的概率密度函数 (PDF) 是解析的且是易处理的，那么其最优化处理是可行的。但是，除一些特殊的情况外，例如 Levy 分布、柯西分布以及高斯分布外，alpha 稳定分布的闭合解析式是不存在的<sup>[8]</sup>。文献[9]提出了一种称为双参数的柯西—高斯混合模型 (BCGM)，但从本文第 4 节中数值计算表明，BCGM 模型对 S $\alpha$ S 的代数拖尾部分逼近效果不太好，存在较大的相对误差。

为了获得一种数学上容易处理且良好精度的逼近模型，本文在文献[8]中级数展开逼近的基础上提出了一种简单的、顽健性好的 S $\alpha$ S 分布两段曲线逼近算法。该算法解决了 1~3 倍散度中间值时逼近算法的发散性问题，同时又保持了原级数展开算法良好的逼近性能。数值计算表明，本文所提出的逼近算法具有良好的逼近精度，因而在研究 S $\alpha$ S 脉冲噪声环境下的诸如信号检测、信道迭代译码等问题时是非常有借鉴作用的。

## 2 SaS 级数逼近算法

特征函数与概率密度函数是一对 Fourier 变换对，对称 alpha 稳定分布的概率密度函数不存在闭合解析式，因此常从特征函数来定义。尽管存在不同形式的公式，其中被最广泛使用的 S $\alpha$ S 的特征函数<sup>[10]</sup>如式 (1) 所示。

$$F(w) = E\{\exp(jwx)\} = \exp\{-g|w|^p\} \quad (1)$$

其中， $a \in (0,2]$  是特征指数，决定了 PDF 的衰减率； $g > 0$  为散度，如果  $g=1$ ，则称为标准的 S $\alpha$ S。考虑到 S $\alpha$ S 的对称性，仅考虑  $x \geq 0$ 。图 1 分别给出了当特征指数  $a=1, 1.5, 2$  时标准 S $\alpha$ S 的 PDF。

S $\alpha$ S 分布的特征函数非常简洁，但直接使用逆傅里叶变换来计算概率密度函数仍是十分困难的，

因为积分函数是振荡函数。然而，概率密度函数仍然可以用级数展开的形式来逼近。这里，仅考虑  $a > 1$  的情况，因为这与真实通信信道中的脉冲噪声环境是基本一致的。对于标准的 S $\alpha$ S ( $1 < a < 2$ )，PDF 能够用式(2)与式(3)来逼近<sup>[8]</sup>。

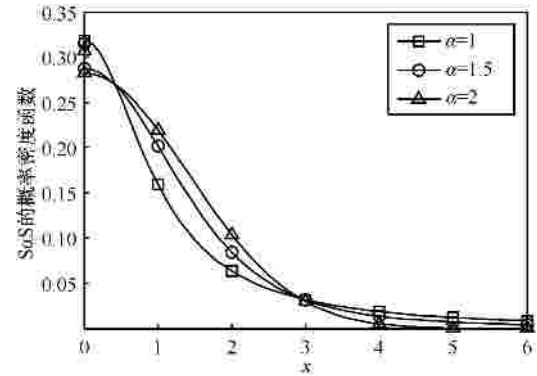


图 1 特征指数分别为 1、1.5 和 2 时的概率密度函数曲线

$$f_a(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^{2k} + o(|x|^{2n+1}), \quad x \rightarrow 0 \quad (2)$$

$$f_a(x) = \sum_{k=1}^n b_k x^{-ka-1} + o(x^{-a(n+1)-1}), \quad x \rightarrow \infty \quad (3)$$

其中，系数  $a_k, b_k$  分别为

$$\begin{cases} a_k = \frac{1}{pa} \frac{(-1)^k}{(2k)!} G\left(\frac{2k+1}{a}\right) \\ b_k = \frac{1}{p} \frac{(-1)^{k-1}}{k!} G(a k + 1) \sin(ka p / 2) \end{cases} \quad (4)$$

对于  $g \neq 1$  的 S $\alpha$ S 概率密度函数，与标准 S $\alpha$ S 存在式(5)给出的简单关系，因此本文以标准 S $\alpha$ S 为例。

$$f_a(x, g) = g^{-1} f_a(g^{-1} x) \quad (5)$$

为了形象地描述式(2)与式(3)的逼近效果，图 2 以  $a=1.5$  为例，分别取  $n=1, 2, 3$  的前  $n$  项级数之和， $x \rightarrow 0$  和  $x \rightarrow \infty$  的 2 个区域的级数逼近曲线和实际 PDF 曲线的比较。从图 2 可以看出，当  $x \in [0,1]$  或  $x \in [3, \infty)$  时，式(3)前  $n=1, 2, 3$  项级数之和与实际 PDF 曲线 (图中连续曲线) 比较接近；但当  $x \in [1,3]$  的中间区域时，式(2)与式(3)的逼近算法发散，明显不再适合。从式(2)与式(3)可知，当  $x$  处于 2 个极端时，级数展开是非常逼近实际 PDF 的，但当  $x$  位于中间区域时，没有合适的级数展开表达式，这是本文需要解决的主要问题。

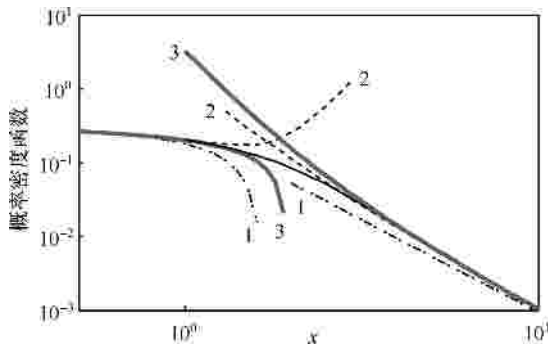


图 2 特征指数 $a=1.5$ , 散度 $g=1$  时, 式(2)表示的逼近曲线 (在曲线附近的数字表示所使用的前  $n$  项级数)

### 3 SaS 的两段曲线逼近算法

#### 3.1 两段曲线分界点的确立

从双参数的柯西高斯混合模型(BCGM)<sup>[9,11]</sup>, SaS 的 PDF 可用下式逼近

$$f_a(x) = (1 - e_a) \frac{1}{2\sqrt{pg}} e^{-\frac{x^2}{4g^2}} + e_a \frac{g}{p(x^2 + g^2)} \quad (6)$$

其中,  $g$  为 SaS 分布的散度,  $e_a$  为仅与特征指数  $a$  有关的混合率, 文献[9]定义  $e_a$  为

$$e_a = (4 - a^2) / 3a^2 \quad (7)$$

文献[11]指出, 当  $a=1.5$  时, BCGM 逼近 SaS 的 PDF 误差最大, 此时  $e_a=0.256$ 。因此本文以  $a=1.5$  为例, 从 BCGM 模型来分析,  $f_a(x)$  可分成两段曲线。一方面, 当  $x < 3g$  时, 高斯分布  $f_2(x) = \frac{1}{\sqrt{4p}} e^{-x^2/4}$  (方差等于 2 倍散度, 即  $s^2=2g$ ) 在此区间内的概率为 36% ( $0.483 \times (1 - 0.256)$ ); 类似地, 柯西分布  $f_1(x) = (1+x^2)^{-1}/\pi$  在此区间内的概率为 10% ( $0.396 \times 0.256$ )。因此, 高斯分布在此区间内占主要分量, 而高斯分布具有指数函数形状,  $f_a(x)$  也应具有类似高斯分布的指数函数形式。当  $x > 3g$  时, 高斯分布尾部按指数快速衰减, 柯西分布按代数缓慢衰减, 在此区间内柯西占主要分量,  $f_a(x)$  分布也应具有代数衰减特性。

另一方面, 图 3(a)、图 3(b)所示的对数坐标图表示了不同特征指数  $a$  的 PDF 曲线, 在  $3g$  邻域处存在交点, 此交点自然地把曲线分成两段。从图 3(a)中可看出, 当  $x > 3g$  时,  $f_a(x)$  的对数 (以 10 为底, 下同) 与  $x$  的对数, 成近似线性关系, 那么  $f_a(x)$  与  $x$  为指数函数关系, 也即

$$\lg f_a(x) : -k_1(a) \lg x \Rightarrow f_a(x) : x^{-k_1(a)} \quad (8)$$

其中,  $k_1(a)$  表示是  $a$  的函数,  $-k_1(a)$  是图中直线的斜率。由此, 当  $x > 3g$  时, 认为 SaS 分布的 PDF 可用式(3)所示的级数展开来逼近。当  $x < 3g$  时, 图 3(b)所示的对数坐标图中, 最上面的一条曲线对应高斯分布, 最下面的一条曲线对应的是柯西分布, 并且这些曲线呈下凸形状。从图 3(b)可以看出, 这些曲线介于  $x^2$  和  $x$  之间, 具有与高斯分布相似的形状, 因此可假设  $f_a(x)$  也应具有高斯 PDF 相似的关系。

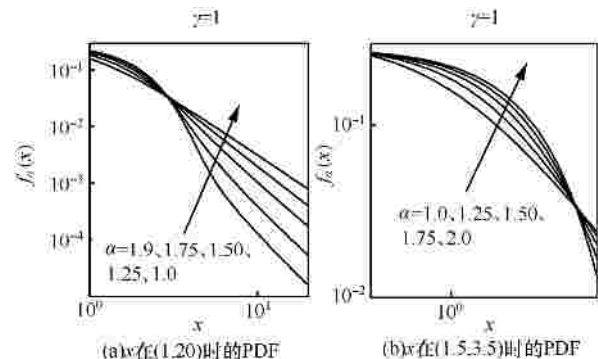


图 3 不同特征指数  $a$  对应的概率密度函数

$$f_a(x) \sim e^{-g_a(x)} \quad (9)$$

其中,  $g_a(x)$  表示与  $a$  相关的函数。再结合式(2), 当  $x < 3g$  时, 可以用下式来逼近。

$$f_a(x) = a_0 e^{-g_a(x)} \quad (10)$$

综合这两方面的分析, 确定  $3g$  为两段曲线的分界点, 两段曲线分别由式(8)和式(10)来近似逼近。在 3.2 节和 3.3 节中, 确定这 2 个公式的具体参数。

#### 3.2 3 倍散度外的代数衰减逼近法

首先定义相对误差  $err_a(x)$  为

$$err_a(x) = \frac{f_a(x) - f_{app}(x)}{f_a(x)} \times 100\% \quad (11)$$

其中,  $f_{app}(x)$  为前  $n$  项级数之和, 即  $f_{app}(x) =$

$$\sum_{k=1}^n b_k x^{-ka-1}, \text{ 图 4 是 } n=3 \text{ 时的相对误差。}$$

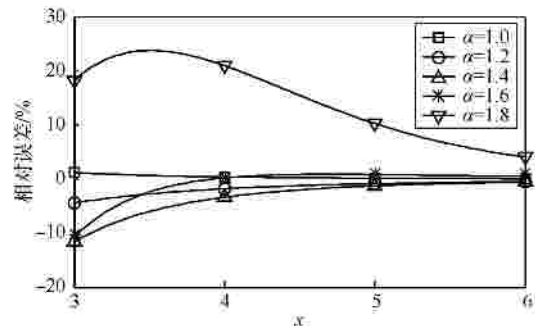


图 4 3~6 倍散度区域的相对误差

从图 4 中可看出，1)  $x$  越大，则用式(3)前  $n$  项级数之和的逼近精度高。特别是当  $a \in [0, 1.6]$  时相对误差在 10% 之内。2)  $1 < a < 1.6$  时相对误差为负，即以前 3 项级数之和的曲线衰减比实际的 PDF 曲线的衰减要慢；而当  $1.6 < a < 2$  时，则正好相反。3) 特征指数  $a$  越趋向于 2 时，指数衰减的特性越明显，此时用级数展开的方式来逼近，相对误差越大。反之，特征指数  $a$  越趋向于 1 时，逼近的相对误差越小。

图 5(a)给出了不同特征指数下，分别在  $(3\gamma, 4\gamma]$ 、 $(4\gamma, 5\gamma]$  和  $(5\gamma, 6\gamma]$  的区间概率。在相同的特征指数时， $\Pr\{3\gamma < x \leq 4\gamma\} > \Pr\{4\gamma < x \leq 5\gamma\} > \Pr\{5\gamma < x \leq 6\gamma\}$ ，这表明在  $(3\gamma, 4\gamma]$  区间的相对误差要比  $(4\gamma, 5\gamma]$  区间的相对误差更重要，也即考虑级数逼近时，不仅需要考虑整体相对误差，而且也要考虑相对误差所在的区间。以表 1 为例，当  $a=1$  (柯西分布) 时，只要用前 1 项级数逼

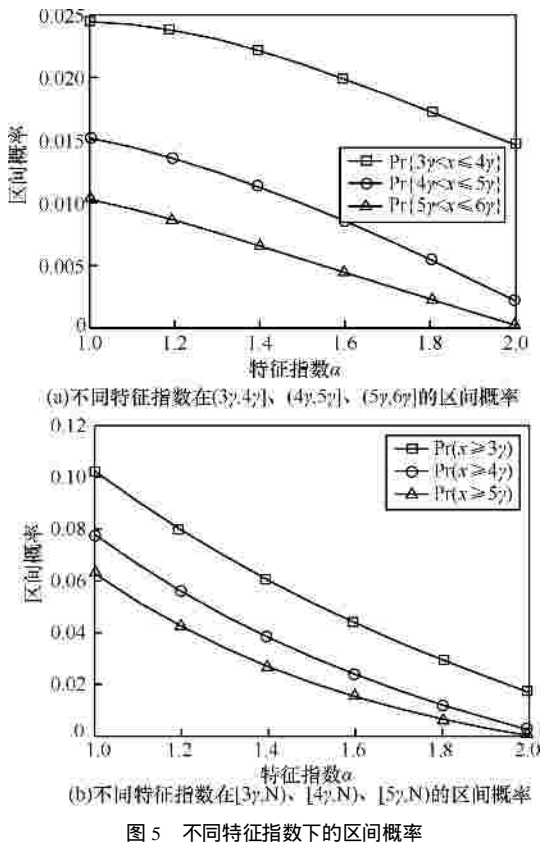


图 5 不同特征指数下的区间概率

表 1 不同特征指数下的  $b_k$  系数

$a$	$b_1$	$b_2$	$b_3$
1	0.318 3	0	-0.318 3
1.2	0.333 5	0.278 9	-0.417 3
1.4	0.319 9	0.710 5	0.534 1
1.6	0.267 5	1.174 1	4.320 1
1.8	0.164 9	1.251 8	10.336 5

近就足够了，实际上， $f_{app}(x) = 0.318 \cdot 3x^{-2} \approx (1+x^2)^{-1}/\pi$ 。这说明并不是级数项越多，逼近误差就越小。

为了确定级数之和的项数，取  $n$  值分别为 4、5、6、7，图 6 给出了相应的相对误差曲线。从图中可看出，级数项  $n$  越多，虽然在  $[4\gamma, 6\gamma]$  区间内相对误差更小，但是在  $(3\gamma, 4\gamma]$  区间内的相对误差反而更大，而根据图 5(a)可知， $(3\gamma, 4\gamma]$  区间的相对误差比  $[4\gamma, 6\gamma]$  的相对误差更重要。由此结合图 4~图 6 确定级数项  $n=3$ 。

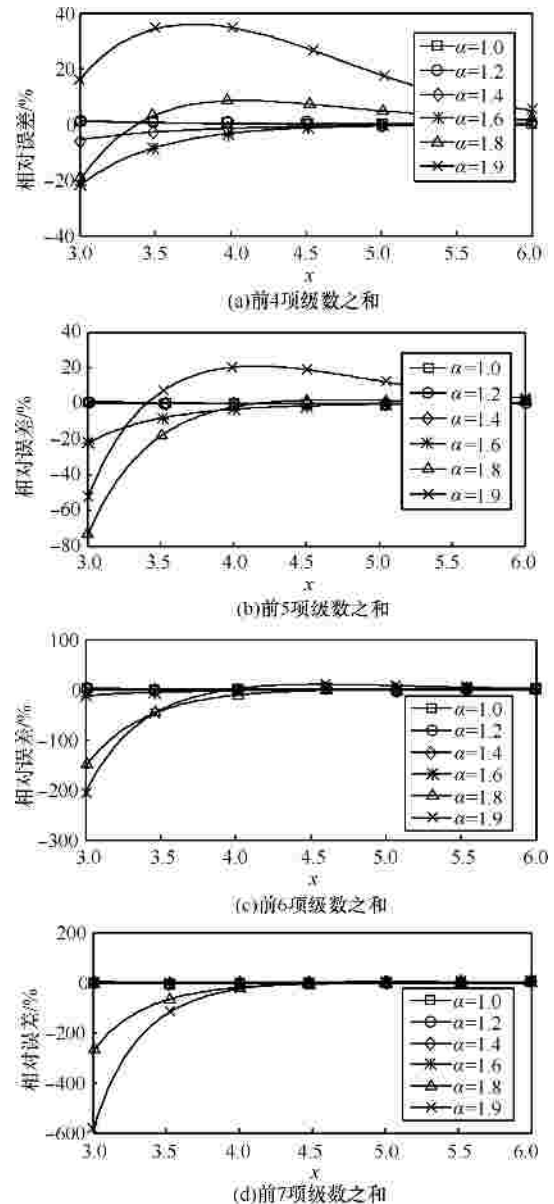


图 6 3~6 倍散度区域内不同级数项之和的相对误差

### 3.3 3 倍散度内的逼近算法

为了改善图 2 所示的中间区域内的逼近精度，并且在数学上易于处理，在 3.1 节中表明，当  $x$  处于 3 倍散度之内时，可用式(10)表示的函数来逼近 PDF。

为了形象描述式(10)中的幂次函数，从式(10)得

$$g_a(x) = \ln f_a(0) - \ln f_a(x) \quad (12)$$

从图 7 可看出，最下面的曲线是高斯分布对应的幂次函数  $g_2(x)$ ，显然是一条  $x^2$  曲线(最小均方函数曲线)；而其他分布的幂次函数曲线则位于直线  $x$  和二次方曲线  $x^2$  之间。因此， $3g$  内的逼近问题就转化为如何确定如图 7 所示的幂次函数  $g_a(x)$ 。文献[12]引入了称为惩罚函数的单参数 logistic 函数  $h^2 \ln(\cosh(x/h))$ ，目的是抑制主要由脉冲噪声引起较大  $x$  值的似然比。由此，本文也引入了惩罚函数，目的是当  $x \in [g, 3g]$  的中间区域时，消除如图 2 所示逼近算法的发散性，同时又保持了  $x$  取较小值时式(2)逼近算法的准确性。把单参数 logistic 函数推广至双参数， $g_a(x)$  重新定义为

$$g_a(x, m_a, h_a) = m_a \ln(\cosh(x/h_a)) \quad (13)$$

其中，参数  $m_a, h_a \in R^+$ 。因此，在  $[0, 3g]$  的逼近函数为

$$f_a(x) = a_0 e^{-g_a(x, m_a, h_a)} \quad (14)$$

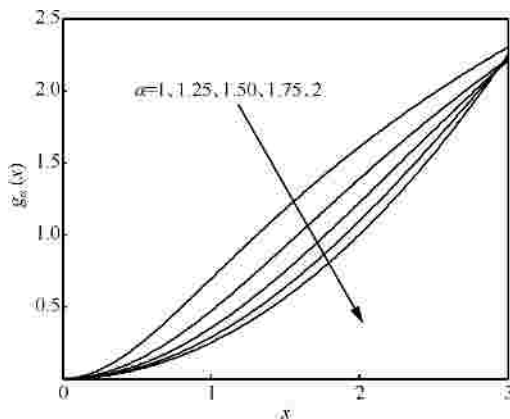


图 7 式(12)幂次函数

为了确定式(13)中的参数  $m_a, h_a$ ，对式(14)泰勒级数展开，得到

$$f_a(x) = a_0 - \frac{1}{2!} a_0 \frac{m_a}{h_a^2} x^2 + \frac{1}{4!} a_0 \frac{3m_a^2 + 2m_a}{h_a^4} x^4 + o(x^5) \quad (15)$$

为了当  $x$  较小时与式(2)具有相同的逼近性能，令式(2)和式(15)的前 3 项系数相等，整理后得到参数  $m_a$  和  $h_a$  的表达式如下

$$m_a = \frac{2G^2(3/a)}{G(1/a)G(5/a) - G^2(3/a)} \quad (16)$$

$$h_a^2 = \frac{2G(3/a)G(1/a)}{G(1/a)G(5/a) - G^2(3/a)} \quad (17)$$

由此，得到笔者称之为两段曲线逼近算法(BCA)

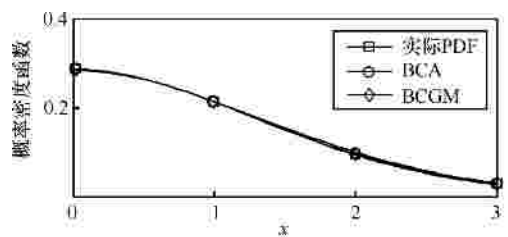
$$f_{a,app}(x) = a_0 e^{-g_a(x, m_a, h_a)}, \quad x \in [0, 3g) \quad (18)$$

$$f_{a,app}(x) = \sum_{k=1}^3 b_k x^{-ka-1}, \quad x \in [3g, \infty) \quad (19)$$

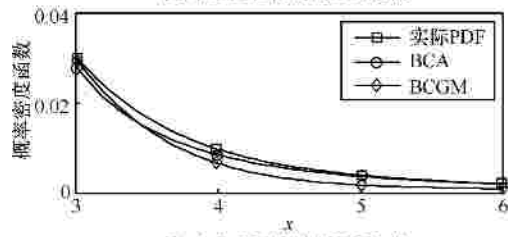
### 4 数值计算

为了验证本文提出的 BCA 算法的有效性，采用 MATLAB 仿真软件，SoS 概率密度函数的数值计算 MATLAB 源代码见文献[13]。同时，为了与其他算法比较，引入了如式(6)所示定义的带有双参数的柯西高斯混合模型算法(BCGM)<sup>[9]</sup>。

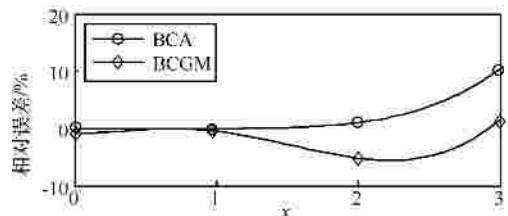
当  $a=1.75$ 、 $1.5$  与  $1.25$  时，BCGM 与 BCA 的比较结果分别如图 8~图 10 中所示，每个图的(a)、(b)图是实际概率密度函数、BCA 算法和 BCGM 算法的逼近概率密度函数；(c)、(d)图是根据式(11)计算的概率密度函数的相对误差。



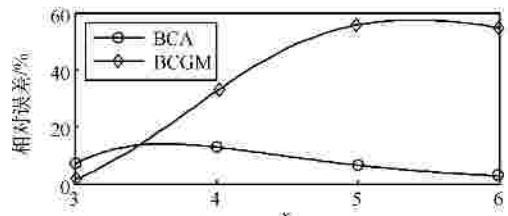
(a)x在(0,3)区间时的PDF比较



(b)x在(3,6)区间时的PDF比较



(c)x在(0,3)区间时的PDF相对误差



(d)x在(3,6)区间时的PDF相对误差

图 8  $a=1.75$ ，BCGM 与 BCA 的性能比较

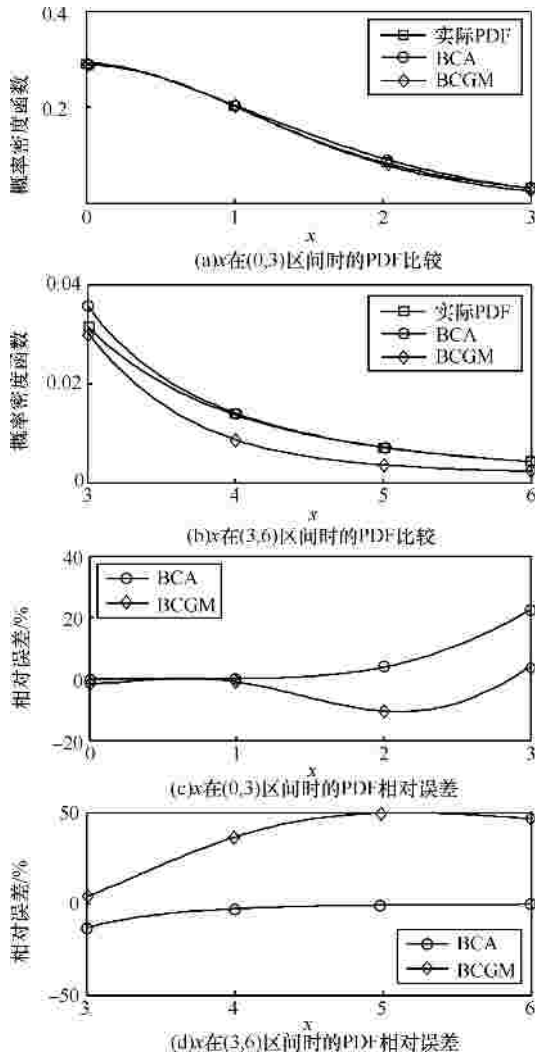


图 9  $a=1.50$ , BCGM 与 BCA 的性能比较

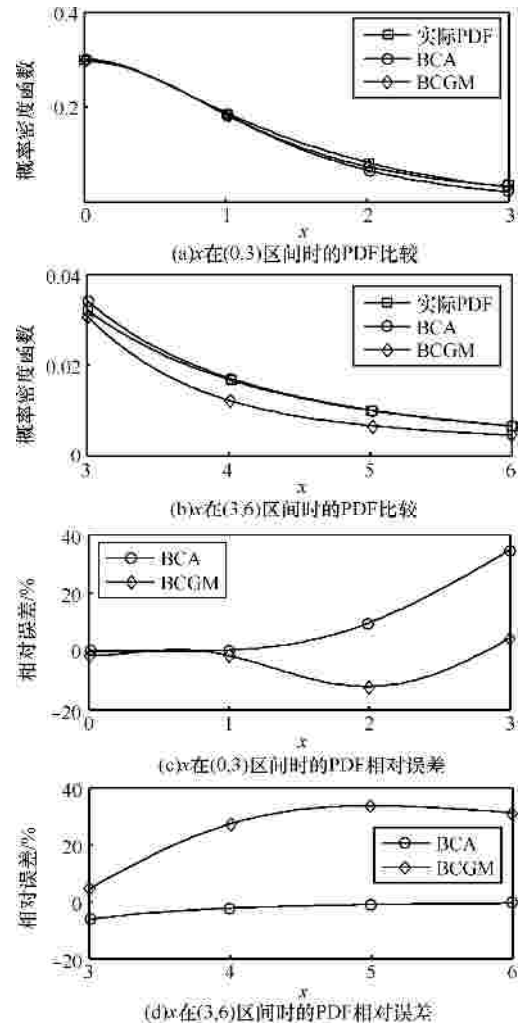


图 10  $a=1.25$ , BCGM 与 BCA 的性能比较

当  $x \in [0, 2g]$  时, BCGM 和 BCA 算法都接近真实的概率密度函数曲线。但在  $x \in [g, 2g]$  区间内, BCA 要比 BCGM 的相对误差小得多, 特别是特征指数  $a$  趋向于 2 时更明显。以  $a=1.75$  为例, 如图 8(c) 与图 8(d)、图 11(a) 和图 11(b) 所示, 散度  $g$  分别为 1、0.3 和 3 时, 相对误差是一致的, 这也表示了本文所提出的算法与具体散度取值无关。

当  $x \in [2g, 3g]$  时,  $S\alpha S$  的 PDF 趋向于代数衰减, 当特征指数  $a$  趋向于 1 时更明显。然而, 由于 BCA 算法依然是指数逼近, 这就意味着存在一个潜在的较大误差。相同地, BCGM 算法在此区域中, 高斯分量衰减较快, 柯西分量衰减缓慢, 因此, 加权平均后, BCGM 算法在  $a$  趋向于 1 时比 BCA 算法更好一些。

当  $x > 3g$ ,  $S\alpha S$  的 PDF 以  $(a+1)$  次幂的代数衰减特性更明显<sup>[10]</sup>。本文提出的 BCA 算法, 在此区域中是以前 3 项级数之和来逼近实际 PDF 的, 相

对误差比较小。一方面, 特征指数  $a$  越趋向于 1, 代数衰减的特性越明显, 相对误差则越小。而 BCGM 算法, 从图 8~图 10 可以看出, 相对误差均为正, 这说明逼近 PDF 小于实际 PDF, 衰减明显过快, 式(6)体现了这一点, 因为无论是高斯分布还是柯西分布, 其衰减均快于  $(a+1)$  次幂。当特征指数  $a$  越趋向于 2 时,  $e_a$  值越小, 则高斯分布占的比重越大 (相应地, 柯西分布占的比重越小), 尾部越趋向于指数快速衰减, 与实际代数衰减的 PDF 相对误差更大。

另一方面, 当特征指数  $a$  趋向于 1 或  $x$  远大于  $6g$  时, 式(19)可以进一步简化为

$$f_{a,app}(x) = b_1 x^{-a-1} \quad (20)$$

这表示式(15)是以  $(a+1)$  的幂次衰减, 这与  $S\alpha S$  的衰减特性是一致的。所以, BCA 算法在拖尾区域要比 BCGM 算法的性能表现得更好。以  $a=1.5$  为

例, 从图 5(b)可以看出,  $x \leq 6$  的概率在 5% 左右, 则  $|x| \leq 3$  的概率为 10%, 因此拖尾区域 PDF 的逼近性能不可忽略。

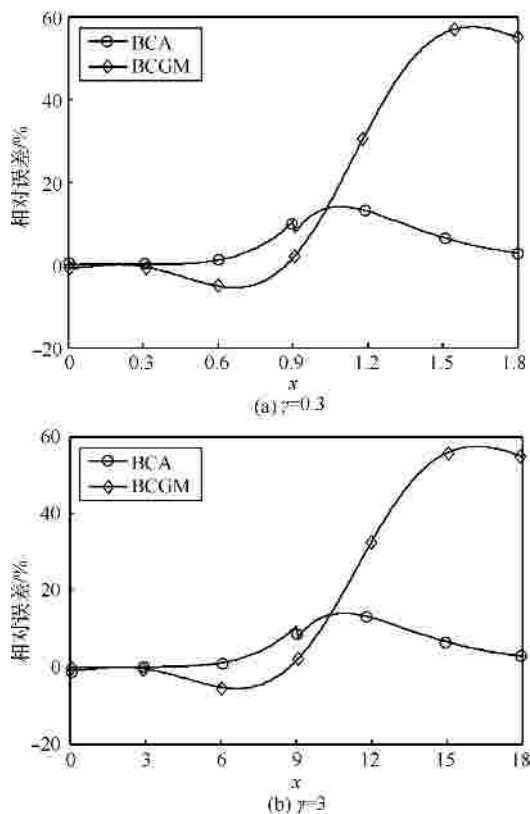


图 11  $a=1.75$ , 不同  $g$  时 BCGM 与 BCA 的性能比较

### 5 结束语

本文提出的 BCA 算法具有较好的逼近精度、简洁的解析表达式和较强的顽健性。可用于  $S\alpha S$  脉冲噪声环境下的诸如信号检测、LDPC 码迭代译码等方面的应用。

### 参考文献：

[1] NAKAGAWA H, UMEHARA D, DENNO S. A decoding for low density parity check codes over impulsive noise channel [A]. Proc ISPLC'05[C]. Vancouver, Canada, 2005.85-89.

[2] LEE J, TEPEDELENLIOGLU C. Space-time coding over fading channels with stable noise[J]. IEEE Trans on Vehicular Technology, 2011, 60(7):3169-3177.

[3] BRCICH R, ZOUBIR A. Estimation and detection in a mixture of symmetric alpha stable and gaussian interference[A]. Proceedings of the IEEE Signal Processing Workshop on Caesarea[C]. Higher-Order

Statistics, 1999. 219-223.

[4] WAHEED A. Characterization of a campus network traffic[J]. Journal of Applied Sciences, 2003, 3(1):40-46.

[5] GOEGEBEUR Y, PLANCHON V, BEIRLANT J. Quality assessment of pedochemical data using extreme value methodology[J]. Journal of Applied Sciences, 2005,5(6):1092-1102.

[6] SHAO M, NIKIAS C. Signal processing with fractional low order moments: stable processes and their applications[J]. IEEE, 1993, 81(7): 986-1010.

[7] 唐洪, 邱天爽, 张文蓉. 脉冲噪声环境中自适应阵列对信号的跟踪[J]. 通信学报, 2005, 26(8):22-27.

TANG H, QIU T S, ZHANG W R. Signal tracking with adaptive array in impulse noise environment[J]. Journal on Communications, 2005, 26(8):22-27.

[8] ZOLOTAREV V, UCHAIKIN V. Chance and Stability, Stable Distributions and Their Applications[M]. Utrecht:VSP, 1999.

[9] LI X, JIN L, WANG S. A simplified non-gaussian mixture model for signal LO detection in  $\alpha$ -stable Interference[A]. 2008 Congress on Image and Signal Processing[C]. Sanya, China, 2008. 403-407.

[10] NIKIAS C, SHAO M. Signal Processing with Alpha-Stable Distributions and Applications[M]. New York: John Wiley and Sons, 1995.

[11] XU Z, WANG K, WU Y. Minimum-error-based approximation model for symmetric alpha stable distribution[J]. Circuits Systems and Signal Processing, 2012,31:2195-2204.

[12] CHUAH T. Decoding of low-density parity-check codes in non-Gaussian channels[J]. IEE Proc Commun, 2005, 152(6):1086-1097.

[13] VEILLETTE M. Matlab code alpha-stable distributions[EB/OL]. <http://math.bu.edu/people/mveillte/html/alphastablepub.html>, 2010.

### 作者简介：



王亢 (1978-), 女, 河南开封人, 硕士, 浙江警察学院讲师, 主要研究方向为网络信息安全。

徐志江 (1973-), 男, 浙江绍兴人, 博士, 浙江工业大学副教授, 主要研究方向为信道编译码、网络测量与建模。

孟利民 (1963-), 女, 浙江金华人, 博士, 浙江工业大学教授, 主要研究方向为多媒体通信技术、网络路由算法。